

Visionen eines blinden Mathematikers: Über die Kunst, eine Sphäre umzustülpen, ohne ihr wehzutun*

RAINER LÖWEN

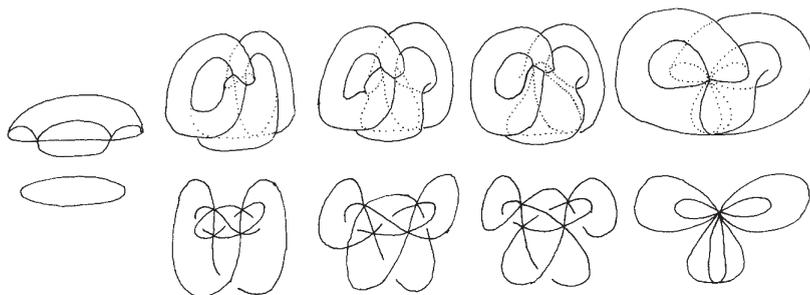
Institut für Analysis und Algebra der TU Braunschweig,
Pockelsstr. 14, D-38106 Braunschweig

Im Jahr 1959 veröffentlichte Stephen Smale ein sehr allgemeines Ergebnis, das er mit den abstrakten Methoden der algebraischen Topologie gewonnen hatte. Als eine kleine konkrete Anwendung seines Satzes ergab sich, daß es möglich sein muß, eine Kugeloberfläche (auch *Sphäre* genannt) im 3-dimensionalen euklidischen Raum in einem stetigen Prozeß so zu deformieren, daß ihre Innenseite nach außen gestülpt wird, ohne daß sie dabei zerrissen oder auch nur geknickt wird. Selbstdurchdringungen sind dabei aber erlaubt. Smale hatte keine Idee, wie das konkret bewerkstelligt werden könnte. Jahre später entwickelte Arnold Shapiro eine Vorstellung davon, fand aber keine Möglichkeit, sie in eine schriftlich kommunizierbare Form zu bringen und verstarb ohne etwas dazu veröffentlicht zu haben. Eine erste, sehr komplizierte und kaum nachvollziehbare Methode für die Umstülpung wurde 1966 von Athony Phillips in Scientific American vorgestellt.

Die erste gut nachvollziehbare Lösung des Problems wurde von Bernard Morin, einem blinden französischen Mathematiker, erdacht und von ihm zusammen mit dem (sehenden) Kollegen Jean-Pierre Petit 1980 veröffentlicht. Auch Jahrzehnte später und nachdem ungezählte computeranimierte Videos ähnlicher Umstülpungsprozesse erschienen sind, scheint mir seine Konstruktion immer noch am besten durchschaubar. Sie beruht auf dem Grundgedanken von Shapiro, die Sphäre zunächst in eine Position zu manövrieren, in der sie durch eine bloße Drehung um 90° umgestülpt werden kann, weil Innenseite und Außenseite auf vier „Windmühlenflügeln“ abwechselnd sichtbar sind. Anschließend macht man das Manöver rückgängig, das die Sphäre in diese Position gebracht hat. Eine Übersicht über den gesamten Ablauf geben die folgenden Skizzen. Der Teufel steckt aber wie immer im Detail. Der Beginn ist nicht gezeichnet: die runde Kugeloberfläche. Alle nachfolgenden Stadien haben Selbstdurchdringungen, deren Verlauf jeweils unter dem Bild der Fläche dargestellt ist. Ganz rechts sieht man die *Morinsche Fläche* oder das *zentrale Modell*, das in der zweiten Gruppe von Zeichnungen ausführlicher dargestellt ist. Der ganze Vorgang läuft zunächst von

* Kurzfassung des Vortrags, der am 12.06.2014 in der Klasse für Mathematik und Naturwissenschaften der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft gehalten wurde.

links nach rechts ab, dann erfolgt die eigentliche Umstülpung, und schließlich läuft die Bilderreihe nochmals rückwärts ab, von rechts nach links.



Die folgenden Skizzen zeigen in der linken Hälfte den prinzipiellen Aufbau des zentralen Modells, und zwar oben einen der vier gleichartigen „Flügel“ und darunter, von oben und von unten gesehen, die daraus zusammengesetzte Fläche in ihrer symmetrischen Gestalt. Rechts sieht man diese Fläche in der etwas verzerrten Gestalt, wie sie in der oben gezeigten Bewegungsfolge entsteht.

