













(3) Ist  $M^*$  saturiert, so folgt  $\psi \left( \bigvee_{\alpha \in M^*} \alpha \right) = \bigvee_{\alpha \in M^*} \psi \alpha$ .

(4) Für alle Filter  $\alpha$  ist  $\psi \alpha = \bigwedge_{A \in \alpha} \bigvee_{\substack{\Pi \leq A \\ \Pi \in \mathcal{U}_f}} \psi \Pi$ .

Sind  $\psi$  und  $\chi$  U-Abbildungen, so ist auch  $\chi \circ \psi$  eine U-Abbildung.

Mit Hilfe von U-Abbildungen kann nun wieder eine Präordnung für Ultrafilter erklärt werden.

**Satz** Es sei  $\Psi$  eine Menge von U-Abbildungen, die alle von Punktabbildungen induzierte Filterabbildungen und mit  $\psi, \chi$  stets auch  $\chi \circ \psi$  enthält. Definiert man  $\Pi_1 \ll \Pi_2$  für  $\Pi_1, \Pi_2 \in \mathcal{U}$  durch die Existenz eines  $\psi \in \Psi$  mit  $\psi \Pi_2 = \Pi_1$ , so ist  $\ll$  eine Präordnung und eine Vergrößerung von  $\leq$ .

Mit derartigen Präordnungen kann nun das im vorangehenden Abschnitt behandelte Konstruktionsverfahren auch im Fall überabzählbarer Ultrafilterfolgen durchgeführt werden, wobei nur an die Stelle der fehlenden Punktabbildungen  $\psi_i$  jetzt U-Abbildungen treten. Allerdings sind hinsichtlich  $\ll$  die erhaltenen Niveauschichten wesentlich größer. Man muß sich daher bemühen, durch eine geeignete Wahl von  $\Psi$  eine Beschränkung zu erreichen, so daß die Niveauschichten danach wieder hinsichtlich der Präordnung  $\leq$  untergliedert werden können. Hierfür bietet sich im Fall einer wieder abzählbaren Grundmenge die Menge  $\Psi$  aller derjenigen U-Abbildungen  $\psi$  an, die die Menge der abzählbar-primitiven Ultrafilter in sich abbilden und die außerdem für abzählbar-primitive Ultrafilter  $\Pi$  noch  $\psi \Pi \leq \Pi$  erfüllen.