

Z'^σ einzuordnen. Andernfalls sei σ beliebig, aber fest gewählt. Wegen $\mathfrak{A}(Z, b'_\sigma) \neq \emptyset$ bestimmt dann $M = \mu(Z, b'_\sigma) \cup \{0\}$ die induzierte Zerlegung $Z(M)$ (vgl. 2.5) mit $\mu(Z(M), b'_\sigma) \cup \{0\} = \mu(Z, b'_\sigma) \cup \{0\}$. Nach Voraussetzung tritt aber $Z(M)$ als mengeninduzierte Zerlegung in S' auf; es sei etwa $Z(M) = Z'^\tau$. Mit $\tau^* = \max\{\sigma, \tau\}$ kann man dann Z nach Z'^{τ^*} einordnen.

6. Schlußbemerkungen

Bei der Definition der Abbildung Φ kamen zwei zusätzliche Voraussetzungen ins Spiel, die nicht durch die eigentliche Fragestellung bedingt waren. Einmal war es die Wahl der Grundmenge als Kardinalzahl, wodurch in ihr die zusätzliche Struktur der natürlichen Wohlordnung der Ordinalzahlen zur Verfügung stand. Diese aufgeprägte Ordnungsstruktur ist jedoch unwesentlich: Jede andere Wohlordnung geht aus ihr durch eine Bijektion hervor, durch die dann auch Φ in natürlicher Weise transformiert wird. Einschneidender war hingegen die willkürliche Wahl einer Wohlordnung der Potenzmenge der Grundmenge. Die vorangehenden Überlegungen haben jedoch gezeigt, daß man sich nachträglich auch von dieser Willkür befreien kann, indem man sich wesentlich auf mengeninduzierte Zerlegungen stützt. Mit den Bezeichnungen aus dem dritten Abschnitt kann man zum Beispiel bei der Definition von Φ die Filter $\alpha(S, \sigma)$ abweichend durch

$$\alpha(S, \sigma) = \begin{cases} \mu(Z^\sigma) \wedge b_\sigma & \text{falls } \mu(Z^\sigma) \wedge b_\sigma \neq \emptyset \\ b_\sigma & \text{sonst} \end{cases}$$

erklären, wobei dann nur mengeninduzierte Zerlegungen Änderungen bewirken, die Eigenschaften von Φ aber erhalten bleiben.

Die Erzeugung von Filtern mit Zerlegungssequenzen kann speziell bei Ultrafiltern auch einen neuen Zugang zu einer Stufenfunktion vermitteln, worauf in einer späteren Arbeit eingegangen werden soll.