Die Lösung läßt sich wiederum mit der Folge a_ν darstellen, diesmal zum Parameterwert $a = 3$. Wir schreiben e_ν für diese speziellen a_ν und haben

$$t_\sigma = \frac{1}{e_{n-1} - e_n}\left(e_{n-\sigma}\sum_{\lambda=0}^{\sigma-1} e_{\lambda+1}\delta_\lambda + e_\sigma \sum_{\lambda=\sigma}^{n-2} e_{n-1-\lambda}\delta_\lambda\right). \qquad \sigma = 1, 2, \ldots, n-1\,.$$

Man erhält nach einiger Rechnung

$$\begin{aligned} &|e_n - e_{n-1}| \sup\Big\{|t_\sigma| \,:\, \|f''\| \le 1\Big\} \\ &= \frac{3}{2}\Big|e_n - e_{n-1}\Big| + |e_{n-\sigma}|\left(8\sum_{\lambda=1}^{\sigma-1}\frac{1}{|e_{\lambda+1} - e_\lambda|} - 2\right) \\ &\quad + |e_\sigma|\left(8\sum_{\lambda=1}^{n-\sigma-1}\frac{1}{|e_{\lambda+1} - e_\lambda|} - 2\right) \end{aligned}$$

woraus wegen

$$\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{1}{|e_{\lambda+1} - e_\lambda|} \le \sum_{\lambda=2}^{\infty}\frac{1}{|e_{\lambda+1}|} < \frac{\sqrt{2}+1}{14} < \frac{1}{4}$$

alles folgt.

5. Dank

Ich danke Frau cand. math. A.-B. Eriksen für die sorgfältige Durchsicht des Manuskriptes.

6. Literatur

[1] Braß, H.: Quadraturverfahren. Vandenhoeck und Ruprecht 1977.
[2] Braß, H.: On the quality of algorithms based on spline interpolation. Zur Publikation eingereicht.
[3] Davis, P.J. und Rabinowitz, P.: Methods of numerical integration. Academic Press 1984.
[4] Köhler, P.: Optimale Quadraturformeln für Funktionen mit beschränkter zweiter Ableitung bei äquidistanten Stützstellen. In: Numerical Integration III (Eds.: Braß, H. und Hämmerlin, G.). Birkhäuser 1988.
[5] Traub, J.F. und Woźniakowski, H.: A general theory of optimal algorithms. Academic Press 1980.