

Satz 4 [11]. Ist R ein Körper, so sind die von vier Elementen erzeugten Verbände in $V(R)$ gerade die Verbände aus Satz 1 und die projektiven Geometrien von Dimension $n \geq 2$ über dem Primkörper von R . Für $V(R)$ ist das Wortproblem in vier Erzeugenden lösbar.

In $V(\mathbb{Z})$ gibt es jedoch subdirekt irreduzible, die weder unter Satz 1 noch unter Satz 3 fallen. Es ist jedoch zu vermuten, daß alle diese Verbände effektiv als Verbände von Untergruppen abelscher Gruppen konstruiert werden können, und daß für $V(\mathbb{Z})$ das Wortproblem in vier Erzeugenden ebenfalls lösbar ist. Demgegenüber enthält nach Hutchinson [15] jede ein $V(R)$ umfassende gleichungsdefinierte Klasse modularer Verbände einen endlich präsentierten Verband mit fünf Erzeugenden, der ein unlösbares Wortproblem hat.

Literatur

- [1] R. Baer, Direct decompositions. *Trans. Amer. Math. Soc.* 61 (1947) 62–98.
- [2] R. Dedekind, Über Zerlegungen von Zahlen durch ihre größten gemeinsamen Teiler. *Festschrift der TH Braunschweig bei Gelegenheit der 69. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte*, 1897, S. 1–40.
- [3] R. Dedekind, Über die von drei Moduln erzeugte Dualgruppe. *Math. Ann.* 53 (1900), 236–271.
- [4] R. Freese, Free modular lattices. *Trans. Amer. Math. Soc.* 261 (1980), 81–91.
- [5] I. M. Gel'fand und V. A. Ponomarev, Problems of linear algebra and classification of quadruples of subspaces in a finite dimensional vector space. *Coll. Math. J. Bolyai* 5 (1970), 1–56.
- [6] H. Gross, *Quadratic forms in infinite dimensional vector spaces*. Birkhäuser Verlag, Boston, Basel, Stuttgart 1979.
- [7] H. P. Gumm und C. Herrmann, Algebras in modular varieties: Baer refinements, cancellation and isotopy. *Houston J. Math.* 5 (1979), 503–523.
- [8] M. Hall und R. P. Dilworth, The imbedding problem for modular lattices. *Ann. Math.* 45 (1944), 450–456.
- [9] C. Herrmann, On modular lattices generated by two complemented pairs. *Houston J. Math.* 2 (1976), 513–523.
- [10] C. Herrmann, A parameter for subdirectly irreducible modular lattices with four generators. *Acta Sci. Math.* 43 (1981), 169–179.
- [11] C. Herrmann, Rahmen und erzeugende Quadrupel in modularen Verbänden. In print, *Algebra Universalis* 1981.
- [12] C. Herrmann, On the arithmetic of projective coordinate systems. Preprint Lakehead 1981.
- [13] C. Herrmann und A. P. Huhn, Zum Wortproblem für freie Untermodulverbände. *Arch. Math.* 26 (1975), 449–453.
- [14] C. Herrmann und W. Poguntke, The class of sublattices of normal subgroup lattices is not elementary. *Algebra Universalis* 4 (1974), 280–286.
- [15] G. Hutchinson, Embedding and unsolvability theorems for modular lattices. *Algebra Universalis* 7 (1977), 47–84.
- [16] G. Hutchinson und G. Czédli, A test for identities satisfied in lattices of submodules. *Algebra Universalis* 8 (1978), 269–309.
- [17] J. v. Neumann, *Continuous Geometry*. Princeton 1960.
- [18] R. Wille, Über modulare Verbände, die von einer endlichen halbgeordneten Menge frei erzeugt werden. *Math. Z.* 131 (1973), 241–249.