Richard Dedekinds algebraische Arbeiten aus seiner Göttinger Privatdozenten-Zeit 1854-1858

Scharlau, Winfried

Veröffentlicht in:
Abhandlungen der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft Band 33, 1982, S.69-70

Verlag Erich Goltze KG, Göttingen

Richard Dedekinds algebraische Arbeiten aus seiner Göttinger Privatdozenten-Zeit 1854–1858

Von **Winfried Scharlau,** Münster

Nachdem Dedekind sich 1854 in Göttingen habilitiert hatte, wirkte er dort noch vier Jahre lang als Privatdozent. In dieser Zeit hielt er in den Wintersemestern 1856/1857 und 1857/58 Vorlesungen über Höhere Algebra, in denen insbesondere die Themen Kreisteilung, Gruppentheorie, algebraische Gleichungen und Galois-Theorie behandelt wurden. Für die Geschichte der Algebra sind diese Vorlesungen von besonderer Bedeutung, da in ihnen zum ersten Mal die Galois-Theorie systematisch, zusammenhängend und mit vollständigen Beweisen dargestellt wurde. Die noch vorhandenen Manuskripte, die im Zusammenhang mit dieser Vorlesung entstanden sind, belegen, daß Dedekind diese Theorie schon so aufgefaßt und ausgearbeitet hatte, wie es z.B. in dem erst fast vierzig Jahre später erschienenen Algebra-Lehrbuch von Weber geschehen ist.

In derselben Zeit (oder vielleicht schon etwas früher) plante Dedekind auch die Veröffentlichung eines Aufsatzes „Über die Reciprocität irreductibler Gleichungen". In dieser Arbeit sollte vor allem das folgende Problem behandelt werden. Gegeben seien zwei irreduzible (separable) Polynome f(x), g(x) über einem Körper K von den Graden m bzw. n mit Wurzeln a, b in einem gemeinsamen Zerfällungskörper; wie zerfallen dann f(x) über K(b) und g(x) über K(a)? Die Antwort lautet, daß f und g in gleich viele Faktoren zerfallen, die sich kanonisch entsprechen, so daß gilt $m_i : n_i = m : n$. Heute beweist man diese Aussagen am leichtesten durch Zerlegung des Tensorproduktes $K(a) \otimes K(b)$ in einfache Faktoren. Aus unveröffentlichten, leider aber nur unvollständig erhaltenen und z.T. skizzenhaften Manuskripten Dedekinds ergibt sich, daß er das Problem der Reziprozität zwischen zwei Polynomen in einer Vollständigkeit gelöst hat, die in der publizierten Literatur erst 1922 von Loewy [2] wieder erreicht wurde. Er geht bei seinem Beweis rein algebraisch vor, wobei er nur die einfachsten Tatsachen der Körpertheorie verwendet. In [1] behauptet er, daß alle Aussagen des Aufsatzes über die Reziprozität sich leicht mittels Galois-Theorie beweisen ließen, aber schriftliche Ausarbeitungen dieser Beweise konnten nicht gefunden werden.

In einigen der Manuskripte benutzt Dedekind den Gradsatz über sukzessive Körpererweiterungen in folgender Form: Ist f(x) ein irreduzibles Polynom vom Grad m mit einer Wurzel a und ist $\Theta(a)$ eine rationale Funktion von a, so ist der Grad des irreduziblen Polynomes g(x) von $\Theta(a)$ ein Teiler von m. Es erscheint denkbar, daß Dedekind diesen Satz aus dem Satz über die Reziprozität abgeleitet hat.

Literatur:

[1] R. Dedekind: Eine Vorlesung über Algebra, in Richard Dedekind 1831/1981, hrsg. W. Scharlau, Vieweg Verlag Braunschweig/Wiesbaden 1981.
[2] A. Loewy: Über die Reduktion algebraischer Gleichungen durch Adjunktion insbesondere reeller Radikale, Math. Z. 15 (1922).
[3] W. Scharlau: Erläuterungen zu Dedekinds Manuskript über Algebra. loc. cit [1].

Nach der Dedekind-Tagung vom Oktober 1981 in Braunschweig gelang es, im Nachlaß Dirichlets das vollständige Manuskript des erwähnten Aufsatzes über die Reziprozität aufzufinden. Eine ausführliche Veröffentlichung unter dem Titel „Unveröffentlichte algebraische Arbeiten Richard Dedekinds aus seiner Göttinger Zeit 1855–1858“ wird zur Zeit vorbereitet.