$$\begin{aligned}
E_{n,d} &:= (n^2-d^2)n\,(5n+5+3d)-(n+d+1)^2\,(n+1)\,(5n+3d),\\
G'_{n,d} &:= 3\,(n^2-d^2)\,(5n+5+3d)+3\,(n+d+1)^2\,(5n+3d),\\
H'_{n,d} &:= (n-d)\,(5n+5+3d),\\
L'_{n,d,k} &:= B_{n,d}+E_{n,d}-G'_{n,d}k-H'_{n,d}k^2,\\
\varrho_{n,d,k} &:= \tbinom{n}{k}^2\tbinom{n+k}{d+k},\quad \gamma_{n,d} := \sum_{0\le k\le n}\varrho_{n,d,k}.
\end{aligned}$$

Für

(15) $\qquad n\geq 1,\ n\geq d,\ d+k\geq 0,\ 0\leq k\leq n+1$

ist

$$\begin{aligned}
&\varrho_{n,d,k} : \varrho_{n+1,d,k} : \varrho_{n-1,d,k} : \varrho_{n,d,k-1} =\\
&(n+1-k)^2\,(n+k) : (n+1)^2\,(n+k)\,(n+1+k)\,(n+1-d)^{-1}\\
&\qquad : (n-k)^2\,(n+1-k)^2\,(n-d)n^{-2} : k^2\,(d+k).
\end{aligned}$$

Durch direktes Nachrechnen folgt für (15) leicht

(16) $$\begin{aligned}
&A'_{n,d}\,\varrho_{n-1,d,k}+B_{n,d}\,\varrho_{n,d,k}-C'_{n,d}\,\varrho_{n+1,d,k}\\
&=L'_{n,d,k}\,\varrho_{n,d,k}-L'_{n,d,k-1}\,\varrho_{n,d,k-1}.
\end{aligned}$$

**Satz 4.** *Für* $n\in\mathbb{Z}$, $d\in\mathbb{Z}$ *gilt*

(17) $$A'_{n,d}\,\gamma_{n-1,d}+B_{n,d}\,\gamma_{n,d}-C'_{n,d}\,\gamma_{n+1,d}=0.$$

**Beweis:** Für $d+k<0$ ist $\varrho_{n,d,k}=0$; es folgt

$$\gamma_{n,d} = \sum_{\substack{0\le k\le n\\ k\ge -d}}\varrho_{n,d,k}.$$

Für $n\geq 1$, $n\geq d$ folgt aus (16) durch Summation über k mit $0\leq k\leq n+1$, $d+k\geq 0$ sofort (17). In den Fällen $n<-1$, $n=-1$, $n=0$, $n+1<d$, $n+1=d$ wird $0+0-0=0$ behauptet.

Mein Dank gilt Burghart Hoffrichter und Roman Rieger für die Anfertigung von numerischem Material.

Einer brieflichen Mitteilung von Prof. Askey zufolge könnte man hier noch auf [3] hinweisen.

## Literatur

[1] H. COHEN, Démonstration de l'irrationalité de $\zeta(3)$ (d'après R. APERY). Seminaire de Théorie des Nombres 05 Oktober 1978, Grenoble.

[2] ERDELEYI – MAGNUS – OBERHETTINGER – TRICOMI, Higher transzendental functions I, New York, 1953.

[3] J.A. WILSON, Three-term contiguous relations and some new orthogonal polynomials. In: E.B. SAFF and R.S. VARGA, ed. Padé and rational approximation. Academic Press 1977, S. 227–232.