

pole. Daß ihr eine geometrische Bedeutung zukommt, folgt auch aus ihrem Verhalten gegenüber *Parametertransformationen* der Projektivbewegung $\beta(t)$

$$(11) \quad t = f(t^*), \quad \frac{dt^*}{dt} =: \varphi(t), \quad A := \frac{1}{2} \frac{\dot{\varphi}}{\varphi},$$

wobei wir uns die Normierung der Bewegung $\beta(t)$ unabhängig von der Parameterverteilung denken [3]. Dann gilt [2]

$$\dot{x}^* = \varphi^{-1} \dot{x}, \quad \ddot{x}^* = \varphi^{-2} (\ddot{x} - 2A\dot{x}), \quad \ddot{\ddot{x}}^* = \varphi^{-3} (\ddot{\ddot{x}} - 6A\ddot{x} + 8A^2\dot{x} - 2\dot{A}\dot{x}),$$

so daß sich die geometrische Bedeutung der (j)-Kreispunktkurve 1. Art durch die *Halbinvarianz* gegenüber *Parametertransformationen* (11) ausdrückt:

$$K_{ij}^*(t^*) = \varphi^{-6} K_{ij}(t).$$

Für die lokalen Koordinaten z_i des (j)-Krümmungsmittelpunktes 1. Art findet man

$$z_0 = \alpha(\sigma_j - \alpha) - \beta, \quad z_1 = -(\sigma_j - \alpha), \quad z_2 = 1$$

mit den Abkürzungen

$$2(\alpha - \sigma_j) := \frac{C_i B_k + C_k B_i}{C_i C_k}, \quad \beta := -\frac{B_i B_k}{C_i C_k} + 2 \frac{B_i A_k - B_k A_i}{C_i B_k - C_k B_i}.$$

Wegen (9) und (10) folgt damit der verallgemeinerte [5, S. 42] Satz von *Lochs*: *Bei einer Projektivbewegung β ist die (j)-Kreispunktkurve 1. Art der Ort jener Punkte, in denen die (j)-Bahnnormale mit der (j)-Bahnprojektivnormalen zusammenfällt.*

*) Der analoge Scheitelpunktort in der Krümmungstheorie 2. Art wurde in [6, S. 227f.] untersucht.

Literatur

- [1] *Bereis, R.*: Über die Bahnnormalen bei der Bewegung eines starren ebenen Systems, *Maschinenbautechnik (Getriebetechnik)* 13 (1964) 51—56, 76—78.
- [2] *Bol, G.*: *Projektive Differentialgeometrie I*, Göttingen 1950.
- [3] *Frank, H.*: *Ebene projektive Kinematik*. Diss. Karlsruhe 1968.
- [4] *Krause, M.*: *Analysis der ebenen Bewegung*, Leipzig 1920.
- [5] *Lochs, G.*: Die Affinormalen der Bahn- und Hüllkurven bei einer ebenen Bewegung, *Mh. Math. Phys.* 38 (1931) 39—52.
- [6] *Tölke, J.*: Ebene projektive Kinematik I, II, III, *Math. Nachr.* 63 (1974) 167—185, 187—196; 68 (1975) 221—237.