Dieser Satz ist freilich nur dann nützlich, wenn man bereits Grade mit immunen Repräsentanten kennt. Das ist jedoch der Fall.

Nach *Post* [3] gibt es zur Menge $\{x | \bigvee y\, T(x, x, y)\}$ (aus $\mathbf{0}'$, dem höchsten Grad, der rekursiv aufzählbare Mengen enthält) eine simple Menge vom gleichen Grad. Das Komplement einer simplen Menge ist jedoch immun. Mithin haben insbesondere alle arithmetischen Grade $\geq \mathbf{0}'$ einen immunen Repräsentanten.

Nach *Dekker* [1] gibt es sogar zu jeder echt rekursiv aufzählbaren Menge eine hypersimple Menge vom gleichen Grad. Jede hypersimple Menge ist aber insbesondere simpel. Demnach könnten unter den arithmetischen Graden $\neq \mathbf{0}$ nur noch solche Grade ohne immunen Repräsentanten sein, die in der *Kleene-Mostowski*-Hierarchie ganz in $(P_2 \cap Q_2) - (P_1 \cup Q_1)$ liegen und zu denen es auch keine echt rekursiv aufzählbare Menge aus einem kleineren Grad gibt.

Bemerkung: Für die oben betrachteten Mengen R, P gilt offenbar: Wenn R C-rekursiv aufzählbar ist, so ist auch P C-rekursiv aufzählbar. Würde man also den Begriff der *C-immunen* Menge einführen, indem man in (2) „C-rekursiv aufzählbar“ schriebe, so würde mit demselben Beweis der entsprechende Satz gelten.

Literatur

[1] *J. Dekker:* A Theorem on Hypersimpel Sets. Proc. Amer. Math. Soc. 5 (1954), S. 791–796.

[2] *S. C. Kleene* und *E. L. Post:* The Upper Semi-lattice of Degrees of Recursive Unsolvability. Annals of Mathematics 59 (1954), S. 379–407.

[3] *E. L. Post:* Recursively Enumerable Sets of Positive Integers and Their Decision Problems. Bulletin Amer. Math. Soc. 50 (1944), S. 284–316.