

Wir multiplizieren sie skalar der Reihe nach mit e_1 , e_2 und \mathfrak{N} ; das führt zu den Gleichungen

$$\mathfrak{N} \circ \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial s_1} = 0, \quad \mathfrak{N} \circ \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial s_2} = 0; \quad (31)$$

$$e_1 \circ \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial s_1} + e_2 \circ \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial s_2} = 0. \quad (32)$$

Wir behandeln zunächst die Gleichungen (31), die natürlich nichts anderes als das Verschwinden der Querkräfte beschreiben: $k_1 = 0$, $k_2 = 0$.

Aus (24) entnehmen wir:

$$\begin{aligned} N_1 U_1 - T U_2 &= \frac{\partial U}{\partial s_1}, \\ -T U_1 + N_2 U_2 &= \frac{\partial U}{\partial s_2}; \end{aligned} \quad (33)$$

unter der Voraussetzung, daß die Gaußsche Krümmung \mathbf{K} (7) nicht verschwindet, können wir somit U_1 und U_2 durch die Ableitungen der Normalkomponente U von \mathfrak{M} ausdrücken:

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{N_2}{\mathbf{K}} \cdot \frac{\partial U}{\partial s_1} + \frac{T}{\mathbf{K}} \cdot \frac{\partial U}{\partial s_2}, \\ U_2 &= \frac{T}{\mathbf{K}} \cdot \frac{\partial U}{\partial s_1} + \frac{N_1}{\mathbf{K}} \cdot \frac{\partial U}{\partial s_2}. \end{aligned} \quad (34)$$

Die dritte Eindeutigkeitsbedingung (32) geht mit (34) über in die Differentialgleichung der „Spannungsfunktion“ des Membranspannungszustandes:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\partial}{\partial s_1} - \mathbf{G}_2 \right) \left[\frac{N_2}{\mathbf{K}} \cdot \frac{\partial U}{\partial s_1} + \frac{T}{\mathbf{K}} \cdot \frac{\partial U}{\partial s_2} \right] + \\ &+ \left(\frac{\partial}{\partial s_2} - \mathbf{G}_1 \right) \left[\frac{T}{\mathbf{K}} \cdot \frac{\partial U}{\partial s_1} + \frac{N_1}{\mathbf{K}} \cdot \frac{\partial U}{\partial s_2} \right] + 2\mathbf{H}U = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

wobei

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2} (N_1 + N_2)$$

die „mittlere Krümmung“ der Schalenmittelfläche ist. Gleichung (35) findet sich bei Lagally [2]. Dort wird sie als die „charakteristische Gleichung“ des Problems bezeichnet.

Literatur

- [1] Lagally, M., Vorlesungen über Vektorrechnung, Leipzig 1934.
 [2] Lagally, M., Über Spannung und elastische Deformation von unebenen Membranen, ZAMM 4 (1924), 5, Seite 377–383.